VERGLEICHENDE

ABSOLUTE

STROMMESSUNGEN

MITTELST DER

ELEKTRO-DYNAMISCHEN WAGE NACH LORD RAYLEIGH

UND DER

TANGENTENBUSSOLE.

INAUGURAL-DISSERTATION

VERFASST UND EINER

HOHEN PHILOSOPHISCHEN FACULTÄT

DER

KÖNIGL. JULIUS-MAXIMILIANS-UNIVERSITÄT ZU WÜRZBURG

ZUR

ERLANGUNG DER DOCTORWÜRDE

VORGELEGT VON

AD. HEYDWEILLER

AUS CREFELD.

ACAD.
LUGD. BAT.
BIBL.

WÜRZBURG.

DRUCK DER THEIN'SCHEN DRUCKEREI (STÜRTZ).

1886.

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41549819_0090

§ 1. Einleitung; Methoden zur absoluten Strommessung.

Unter den Mitteln zur genaueren absoluten Messung electrischer Ströme empfiehlt sich die Tangentenbussole wegen der verhältnissmässigen Leichtigkeit der Herstellung und Handhabung und der Sicherheit der mit ihr gewonnenen Resultate bei grosser Einfachheit ihrer Theorie. Sie leidet dagegen an dem Uebelstand, dass sie die Bestimmung einer mit Zeit und Ort veränderlichen Kraft voraussetzt, welche mit grösserer Genauigkeit keineswegs leicht auszuführen ist, und dass sie daher noch eine Reihe von Hülfsbeobachtungen nötig macht, welche die Verfolgung jener Veränderungen zum Zweck haben.

Das Voltameter, das seit den vorzüglich übereinstimmenden Messungen des elektrochemischen Aequivalents des Silbers durch die Herren *F.* und *W. Kohlrausch* und durch *Lord Rayleigh* gewiss ein schätzenswertes Hülfsmittel für absolute elektrische Messungen geworden ist, ist zwar von Zeit und Ort vollkommen unabhängig und auch ausserordentlich einfach in der Handhabung, aber doch nur bis zu einem gewissen Grade von Genauigkeit — bei grösseren Ansprüchen erfordert es eine Geschicklichkeit in der Handhabung und einen Aufwand an Zeit und Arbeitskraft, die ein einfacheres Hülfsmittel wünschenswert erscheinen lassen.

Andere Methoden, wie die Anwendung des Elektrodynamometers oder der bifilar aufgehängten Drahtrolle erfordern gleichfalls die Kenntniss der Horizontalintensität des Erdmagnetismus und können teilweise nicht auf den Grad von Genauig-

keit Anspruch machen, wie die vorstehenden. Noch weniger die *v. Feilitzsch's*[1]), in die sogar der Polabstand eines Magnets als genau zu messende Grösse eingeht.

Dagegen scheint sich die elektrodynamische Wage zu genauen Messungen sehr zu empfehlen. Die älteren Formen derselben sind von den Herren *Cazin*[2]) und *v. Helmholtz*[3]) angegeben. Die erstere hat keine für genaue Messungen geeignete Anordnung, und die letztere ist wohl nicht für absolute Messungen berechnet, da bei den Dimensionen, welche die Rollen haben, sich ihre Wirkung schwerlich genau berechnen lässt, und sie ausserdem die sehr genaue Kenntniss des Abstandes der Spulen von einander voraussetzen würde, da Orientierungsfehler bei dieser Anordnung von sehr bedeutendem Einfluss auf die Grösse der wirkenden Kraft sind.

Auch die von *Maxwell*[4]) angegebene, von Herrn *Mascart* in etwas veränderter Form bei der Bestimmung des elektrochemischen Aequivalents des Silbers[5]) benutzte Stromwage leidet noch an einigen Uebelständen. Der hauptsächlichste ist der, dass die aus mehreren Windungslagen bestehenden Spulen nur geometrisch, nicht galvanisch ausgemessen werden. Der Durchmesser derselben wird aus der Länge des aufgewickelten Drahts bestimmt, aber auch bei sorgfältigster Behandlung giebt, wie Herr *Rowland* begründete, und wie Herr *F. Kohlrausch* bestätigt fand, diese Methode bei Spulen aus vielen Windungslagen und mit isolierenden Zwischenschichten kein zuverlässiges Resultat. In der That fand auch Verfasser bei Messungen, die gelegentlich der Ohmbestimmung des Herrn *Roiti*[6]) angestellt wurden, die mittleren Durchmesser der von Herrn *Roiti* benutzten flachen Spulen nach Herrn *F. Kohlrausch's* galvanischer Methode bestimmt um 0,2 % kleiner, als sie sich aus den gut übereinstimmenden und sehr sorgfältigen geometri-

[1]) Pogg. Ann. 78, p. 21. 1849 u. 79 p. 564. 1850.

[2]) Ann. d. chim. et phys. (4) I p. 257. 1864. Carls Rep. I. p. 42. 1866.

[3]) Wied. Ann. 14. p. 52. 1881. Ges. Abh. I. p. 922.

[4]) Elektr. u. Magn. übers. v. *Weinstein*. Bd. II. Art. 729.

[5]) Journ. d. Phys. (2) t. I p. 109; 1882 u. t. III p. 1. 1884. Carls Rep. 19. p. 220. 1883.

[6]) Nuovo Cimento (3) 15. p. 1. 1884.

schen Ausmessungen durch Bestimmung der gesammten Drahtlänge und mit dem Kathetometer aus den einzelnen Windungslagen ergaben. Eine Differenz von annähernd derselben Grösse und in demselben Sinne fand auch Herr *Himstedt*. Die flachen Spulen der *Mascart*'schen Wage sind nun zwar mit Leichtigkeit auch galvanisch ausmessbar; bei einem Solenoid von beträchtlicher Länge hingegen muss mindestens diese letztere geometrisch genau gemessen werden, um den mittleren Radius galvanisch bestimmen zu können, da sie nicht mehr wie bei flachen Spulen nur in Korrektionsgliedern auftritt. Man würde daher besser ein Solenoid von nur einer Windungslage unbesponnenen Drahts, das sich genauer geometrisch ausmessen lässt, anwenden.

In dem Kraftausdruck für die *Mascart*'sche Wage tritt der Radius des Solenoids quadratisch im Zähler, der der flachen Spulen nur linear im Nenner auf; es würde also nur ein Teil eines bei beiden in demselben Sinne begangenen Fehlers sich herausheben. Vielleicht ist dieser Umstand im Stande einen Teil der Differenz zu erklären, die noch zwischen dem von Herrn *Mascart* gefundenen Werte des elektrochemischen Aequivalents des Silbers und den Zahlen der anderen Beobachter besteht. Sein Resultat muss nach Vorstehendem zu klein ausfallen, wie es auch in der That nach seiner letzten Angabe ist Die *Mascart*'sche Wage hat noch den weiteren Nachteil, dass in jedem Fall, mag man das Solenoid oder die flachen Spulen an die Wage hängen, das Gewicht ein beträchtliches ist, da das erstere eine bedeutende Länge, die letzteren den grösseren Halbmesser haben.

In eine ganz neue Phase ist hingegen die Entwicklung der Stromwage durch den Vorschlag *Lord Rayleigh's*[1]) eingetreten, welcher an Stelle der bisher üblichen Formen ganz flache Spulen setzt und sie in diejenige Lage zu einander bringt, in der ihre gegenseitige Anziehung ein Maximum wird. Erst hierdurch ist die Stromwage zu einem Apparat geworden, der mit den vollkommensten anderen Instrumenten zur Messung elektrischer

[1]) Phil. Trans. II. 1884. p. 412.

Ströme in absolutem Mass erfolgreich in Konkurrenz treten kann. Die *Rayleigh*'sche Wage ist von allen vorstehend angegebenen Mängeln frei und zeichnet sich vor andern absoluten Strommessern durch eine leichte und sichere Bestimmung ihrer Konstanten aus. Letztere sind ausser der Beschleunigung der Schwerkraft, einer nebst ihren örtlichen Aenderungen hinreichend genau ermittelten Grösse, die Potentiale von Spulen aufeinander, die sich durch eine sichere Theorie aus erfahrungsmässig begründeten Voraussetzungen ableiten lassen. Es treten darin wesentlich nur die Windungszahlen und das Verhältniss der Halbmesser jener Spulen auf, das sich auf galvanischem Wege mit aller wünschenswerten Genauigkeit ermitteln lässt. Indessen wird bei jener Theorie immerhin eine Reihe von Abstraktionen gemacht, von denen man nie mit Sicherheit wissen kann, bis zu welchem Grade von Genauigkeit sie durch die empirischen Bedingungen erfüllt sind, so dass eine direkte Verifizierung durch den Versuch wünschenswert erscheinen muss.

Eine solche liegt nun zwar indirekt einigermassen in der ausgezeichneten Uebereinstimmung des Wertes für das elektrochemische Aequivalent des Silbers, wie ihn *Lord Rayleigh* im Verein mit *Mrs. Sidgwick* bestimmt hat, mit dem von den Herren *F.* und *W. Kohlrausch* gefundenen, die zur Strommessung die Tangentenbussole benutzt haben. Indessen könnte das auch zufällig sein, so dass eine direkte Vergleichung beider Methoden der Strommessung nicht überflüssig erscheint.

Zugleich bot sich noch eine andere Aufgabe; die Dimensionen der Wage *Lord Rayleigh's* sind derartig, dass sie den Apparat unbehülflich machen und eine allgemeine Benutzung desselben ausschliessen. Es musste daher von Interesse sein, zu untersuchen, ob er sich nicht in kleineren, handlicheren Dimensionen ausführen liesse, oder ob dem andere Schwierigkeiten entgegenstehen. Auf Veranlassung des Herrn *F. Kohlrausch* hat daher Verfasser eine Wage gebaut, die handlich ist, und hat in den Messungen mit derselben eine Sicherheit von $^1/_{1000}$ angestrebt.

Es war dabei eine Reihe von einander teilweise widerstreitenden Bedingungen zu erfüllen, und die Verhältnisse mussten

so gewählt werden, dass das möglichst günstigste Resultat erzielt wurde. In welcher Weise dies geschehen muss, lässt sich aus der Theorie der Wage, wie sie *Lord Rayleigh* entwickelt hat, und wie sie hier etwas weiter ausgeführt werden soll, ersehen.

§ 2. Theorie der Stromwage und Diskussion derselben.

Die Anziehung von zwei parallelen koaxialen Stromkreisen ist bekanntlich null, wenn ihre Ebenen zusammenfallen, und wenn sie in unendlich grosser Entfernung von einander liegen. Zwischen diesen beiden Lagen giebt es eine, in der die Anziehung ein Maximum ist, und diese benutzt *Lord Rayleigh* bei seiner Stromwage. Sie hängt von den Halbmessern der beiden Stromkreise ab und bietet den Vorteil, dass die Anziehung der Kreise in ihrer Maximalstellung sich bei kleinen axialen Verschiebungen, wie sie durch die Schwingungen der Wage bedingt sind, nur sehr wenig ändert.

Was hier von Stromkreisen gesagt ist, gilt auch von flachen, vom Strom durchflossenen Spulen, wobei als gegenseitige Entfernung die ihrer mittleren Windungsebenen anzunehmen ist.

Für die Kraftwirkung zweier koaxialer paralleler Kreisströme auf einander giebt *Maxwell* [1]) einen für die Berechnung sehr bequemen geschlossenen Ausdruck, der sich mit den nötigen Korrektionen wegen der Dimensionen auch auf Drahtspulen anwenden lässt. Die Art der Berechnung hat *Lord Rayleigh* [2]) nebst Tabellen dazu ausführlich angegeben. Wir werden später bei der numerischen Berechnung des Reduktionsfaktors unserer Wage noch darauf zurückkommen.

Ein anderer für die Diskussion geeigneterer Ausdruck in Reihenform ergibt sich ebenfalls aus *Maxwell's* Entwicklungen. Die Abhängigkeit der Kraft von den Halbmessern und der Entfernung der Rollen zeigt sich am besten in der Reihe für die Kraftwirkung zweier Stromkreise [3]):

---

[1]) l. c. § 702.
[2]) l. c. p. 425.
[3]) Vergl. *Maxwell* l. c. § 702.

$$1) \qquad \frac{\pi^2 a^2 A^2}{C^4}\left\{1.2.3\,\frac{B}{C} + 2.3.4\,\frac{B^2-\frac{1}{4}A^2}{C^3}\,b + \right.$$

$$\left. + 3.4.5\,\frac{B(B^2-{}^3/_4 A^2)}{C^5}(b^2-\frac{a^2}{4})\ldots\right\}$$

Hierin bedeuten a und A die Halbmesser der beiden Kreise, die vom Strome 1 durchflossen gedacht sind, b und B die auf ihrer gemeinschaftlichen Axe gemessenen Entfernungen ihrer Ebene von einem beliebigen festen Punkte dieser Axe, wobei nur a und b als klein gegen A und B vorausgesetzt sind; rechnet man b und B nach der einen Seite von dem festen Punkte positiv, nach der andern negativ, so ist B — b die Entfernung der beiden Stromkreise von einander; endlich ist $C^2 = A^2 + B^2$ gesetzt. Bei Rollen von endlichem Querschnitt ist für Halbmesser und Ebene „mittlerer" Halbmesser und „mittlere" Windungsebene zu setzen.

Lord Rayleigh hat die Anordnung so getroffen, dass seine bewegliche Rolle in der Mitte zwischen zwei grösseren, einander gleichen, symmetrisch gelegenen festen Rollen aufgehängt ist. Man verlegt dann zweckmässig den festen Punkt auf der Axe, von dem aus b und B gemessen werden, in die Mitte zwischen den mittleren Windungsebenen der festen Rollen, so dass 2 B die Entfernung der letzteren von einander ist. Es entspricht dann einer Verschiebung + b der beweglichen Rolle aus ihrer mittleren Lage gegen die eine feste Rolle, eine gleichgrosse Verschiebung — b gegen die andere und aus dem Ausdruck, der die Kraftwirkung der beiden festen Rollen auf die bewegliche darstellt, verschwinden somit die mit den ungeraden Potenzen von b behafteten Glieder. Derselbe erhält daher, von einem konstanten Faktor und den Korrektionen wegen des Querschnitts der Windungen abgesehen, in seinen drei ersten Gliedern die Form:

$$2) \qquad \frac{A^2 a^2}{C^4}\left\{1.2.3\,\frac{B}{C} + 3.4.5\,\frac{B(B^2-\frac{3}{4}A^2)}{C^5}(b^2-\frac{a^2}{4}) + \right.$$

$$\left. + 5.6.7\,\frac{B(B^4-{}^5/_2 A^2 B^2 + {}^5/_8 A^4)}{C^9}(b^4-\tfrac{3}{2}a^2b^2+\frac{a^4}{8})\right\}$$

wie sich aus den Entwicklungen, die *Maxwell* (l. c. §§. 699—700) giebt, leicht ableitet.

Es lässt sich zeigen (s. *Lord Rayleigh* l. c. p. 413 und 414) dass, wenn die beiden auf einander wirkenden Rollen sich in der Entfernung befinden, in der die Kraft ein Maximum ist, diese nur von den Verhältnissen der mittleren Halbmesser, nicht von den absoluten Werten derselben abhängt.

Befindet sich nun die bewegliche Rolle genau in der Symmetrielage zwischen den beiden festen, so wird in dem Ausdruck (2.) $b = 0$ und B wird die Entfernung der festen Rollen von der beweglichen; (2.) ist dann aber Funktion nur von $\frac{a}{A}$ und $\frac{B}{A}$ und es muss somit, wenn B_M die Entfernung der festen und beweglichen Rollen für das Maximum der Wirkung bezeichnet, $\frac{B_M}{A}$ gleichfalls eine Funktion nur von $\frac{a}{A}$ sein.

Man erhält B_M in bekannter Weise, indem man den Ausdruck (2) für $b = 0$ nach B differenziert und darin setzt

$$\frac{B}{A} = p + q\frac{a}{A} + r\frac{a^2}{A^2} + s\frac{a^3}{A^3} + t\frac{a^4}{A^4} + u\frac{a^5}{A^5}$$

Der Ausdruck wird nach Potenzen von $\frac{a}{A}$ geordnet entwickelt unter Vernachlässigung höherer Potenzen als $\frac{a^5}{A^5}$ und endlich die Koeffizienten der einzelnen Potenzen von $\frac{a}{A}$ für sich gleich null gesetzt. Dadurch erhält man die nötige Anzahl von Gleichungen zur Bestimmung der unbekannten Faktoren p, g, u. s. w. Es ergiebt sich auf diese Weise:

$$\begin{aligned} p &= 1/2 \\ q &= 0 \\ r &= -0.45 \\ s &= 0 \\ t &= -0.0625 \\ u &= 0 \end{aligned}$$

und folglich in dritter Annäherung

3) $$B_M = \frac{A}{2}\left\{1 - 0{,}9\frac{a^2}{A^2} - 0{,}125\frac{a^4}{A^4}\right\}$$

Eine weitere Verfolgung der von *Maxwell* in den angeführten Artikeln (699—700) gegebenen Gleichungen gestattet auch den Einfluss der Windungsquerschnitte der Rollen zu beurteilen.

Setzt man in zweiter Annäherung für B den Wert

$$\frac{A}{2}\left(1 - 0.9\,\frac{a^2}{A^2}\right)$$

ein und bezeichnet mit h und k die radiale Höhe und die axiale Breite des Windungsquerschnittes der kleineren Rolle, mit H und K die entsprechenden Grössen für die weitere, so erhält man unter Vernachlässigung der 4. Potenzen von

$$\frac{h}{a}, \frac{k}{a}, \frac{H}{A}, \frac{K}{A}$$

und unter Fortlassung eines gemeinschaftlichen Zahlenfactors für den Kraftausdruck die Reihe:

$$4)\qquad \frac{a^2}{A^2}\left\{1 + 0{,}183\,\frac{H^2}{A^2} - 0{,}267\,\frac{K^2}{A^2} + 0{,}083\,\frac{h^2}{a^2}\right\} +$$

$$+ \tfrac{4}{5}\,\frac{a^4}{A^4}\left\{1 + 0{,}51\,\frac{H^2}{A^2} - 0{,}68\,\frac{K^2}{A^2} + 0{,}50\,\frac{h^2}{a^2} - 0{,}33\,\frac{k^2}{a^2}\right\}$$

Die Korrektionen wegen der Dimensionen verschwinden hiernach, wenn

$$\frac{h}{a} = \frac{k}{a} = \frac{H}{A} = \frac{K}{A},$$

d. h. wenn die Rollen geometrisch ähnlich sind und quadratische Querschnitte haben. Indessen treten diese Korrektionen noch in das galvanisch zu bestimmende Verhältniss $\frac{a}{A}$ ein, mit dem wir uns zunächst beschäftigen wollen, ehe wir die erhaltenen Ausdrücke weiter diskutieren.

§ 3. Die Theorie der galvanischen Bestimmung des Verhältnisses der Windungshalbmesser.

Der oben erwähnte Umstand, dass die Kraftwirkung der Rollen anfeinander nur von dem Verhältnisse ihrer Halbmesser, nicht von deren absoluten Werten abhängig ist, giebt uns ein

Mittel an die Hand, eine der grössten Schwierigkeiten bei ähnlichen Apparaten, die genaue geometrische Ausmessung von Spulen, die aus vielen Windungslagen bestehen, zu umgehen und auf diese Weise sowohl die Herstellung des Apparats, wie auch die Bestimmung seines Reduktionsfaktors zu vereinfachen und deren Genauigkeit wesentlich zu erhöhen.

Wir brauchen bei der Wickelung nur eine ziemlich rohe geometrische Ausmessung der grösseren Rollen vorzunehmen — nur die Windungszahl aller Rollen muss genau bestimmt werden — und können dann das Verhältniss der Halbmesser auf sehr einfache Weise galvanisch ermitteln. Bei der kleineren Rolle ist allerdings unter Umständen eine genauere Kenntniss der Höhe und Breite des Windungsquerschnitts erforderlich und daher eine sorgfältige, regelmässige Wickelung nötig.

Zur galvanischen Ausmessung lässt man die zentrierten und mit ihren Windungsebenen im Meridian orientierten Rollen einmal in gleicher und einmal in entgegengesetzter Richtung von demselben Strom durchfliessen und beobachtet die dabei stattfindenden Ausschläge einer in ihrer Mitte aufgehängten Magnetnadel. Sind dieselben φ und φ' und l der Polabstand der Nadel, so ergiebt sich nach bekannten Formeln[1]):

$$5) \qquad \frac{a}{A} = \frac{n}{N} \cdot \frac{\operatorname{tg}\varphi + \operatorname{tg}\varphi'}{\operatorname{tg}\varphi - \operatorname{tg}\varphi'} \cdot \frac{1 + \frac{1}{1\frac{1}{2}}\frac{h^2}{a^2} - \frac{1}{8}\frac{k^2}{a^2} + \frac{3}{16}\frac{l^2}{a^2}}{1 + \frac{1}{1\frac{1}{2}}\frac{H^2}{A^2} - \frac{1}{8}\frac{K^2}{A^2} + \frac{3}{16}\frac{l^2}{A^2}}$$

n und N bezeichnen hierin die Windungszahlen der beiden Rollen. Die übrigen Zeichen haben die schon angebene Bedeutung. φ', also auch tg φ' ist dabei mit dem negativen Vorzeichen zu nehmen, wenn es beim Kommutieren des Stroms in der kleineren Rolle (vom Radius a) allein auf der entgegengesetzten Seite liegt, wie φ.

Sehr genau wird diese Methode, wenn man nach Herrn *F. Kohlrausch's* Vorschlag nahezu $\frac{a}{A}\frac{N}{n} = 1$ macht, d. h. die Windungszahlen im Verhältniss des Halbmesser nimmt.

[1]) Vergl. z. B. *F. Kohlrausch*: Leitfaden der prakt. Physik § 67. 1884.

Es wird dann φ' sehr klein im Verhältniss zu φ und man kann setzen:

$$6) \qquad \frac{\operatorname{tg}\varphi + \operatorname{tg}\varphi'}{\operatorname{tg}\varphi - \operatorname{tg}\varphi'} = 1 + 2\varepsilon + \varepsilon^2,$$

worin $\varepsilon = \frac{\operatorname{tg}\varphi'}{\operatorname{tg}\varphi}$ eine kleine Grösse ist, deren höhere Potenzen vernachlässigt werden können.

Auf genaue Kenntniss der Skalenabstände, gute Orientierung von Fernrohr und Skala kommt dann sehr wenig an, da die bezüglichen Fehler alle von der 2. Ordnung sind. Nur müssen die Rollen gegen einander und gegen die Magnetnadel sorgfältig orientiert sein, was aber unschwer zu erreichen ist. Hat der Mittelpunkt des Magnets gegen die der kleineren und der grösseren Rolle die Koordinaten x, y, z bezw. X, Y, Z, z und Z in der Richtung der Axe gerechnet, so ist das Korrektionsglied, mit dem der Ausdruck von $\frac{a}{A}$ zu multiplicieren ist (vergl. *Maxwell*, l. c. §. 711):

$$1 + \tfrac{3}{2}\frac{x^2 + y^2 - 2z^2}{a^2} - \tfrac{3}{2}\frac{X^2 + Y^2 - 2Z^2}{A^2}.$$

Bis auf einige Zehntelmillimeter genau kann man aber leicht orientieren und hat für 0.4 mm Excentricität in der Richtung der Axe bei einem Halbmesser der Rolle von 60 mm erst etwas über 0.01 % Fehler.

Auch hier verschwinden die Korrektionen wegen der Dimensionen der Rollen, wenn dieselben einander geometrisch ähnlich, d. h.

$$\frac{h}{a} = \frac{H}{A} \text{ und } \frac{k}{a} = \frac{K}{A}$$

gemacht werden. Es bleiben dann nur die für die beiden Rollen verschiedenen Korrektionen wegen der Nadellänge übrig.

Um den gesammten Einfluss der Korrekturen wegen der Querschnitte der Windungen auf die Berechnung der Kraftwirkung der beiden Rollen zu bestimmen, hat man den obigen Ausdruck (5) für $\frac{a}{A}$ in die früher entwickelte die Korrektioneu enthaltende Reihe für den Kraftausdruck einzusetzen.

Man erhält dann:

$$\frac{n^2}{N^2}(1+2\varepsilon+\varepsilon)^2\Big\{1+(0.183-0.166)\frac{H^2}{A^2}-(0.267-0.250)\frac{K^2}{A^2}$$

$$+(0.08+0.17)\frac{h^2}{a^2}-0.25\frac{k^2}{a^2}+0.19\,l^2\left(\frac{1}{a^2}-\frac{1}{A^2}\right)\Big\}$$

$$+\tfrac{4}{5}\frac{n^4}{N^4}(1+2\varepsilon+\varepsilon^2)^4\Big\{1+(0.51-0.34)\frac{H^2}{A^2}-(0.67-0.50)\frac{K^2}{A^2}$$

$$+(0.50+0.34)\frac{h^2}{a^2}-(0.34+0.50)\frac{k^2}{a^2}\Big\}$$

oder

$$7)\ \frac{n^2}{N^2}(1+2\varepsilon+\varepsilon)^2\Big\{1+0.017\frac{1}{A^2}(H^2-K^2)+0.25\frac{1}{a^2}(h^2-k^2)$$

$$+0.19\,l^2\left(\frac{1}{a^2}-\frac{1}{A^2}\right)\Big\}+\tfrac{4}{5}\frac{N^4}{n^4}(1+2\varepsilon+\varepsilon^2)^4$$

$$\Big\{1+0.17\frac{1}{A^2}(H^2-K^2)+0.84\frac{1}{a^2}(h^2-k^2)\Big\}$$

Die Gesammtheit der Korrekturen — mit Ausnahme der für die Nadellänge — verschwindet aber für quadratische Querschnitte der beiden Rollen. Daraus folgt auch, dass alle bei h und k, bezw. H und K in demselben Sinne begangenen Fehler sich herausheben, was um so wichtiger ist, weil man so einseitige Fehler bei der Ausmessung etwa wegen der Bespinnung nicht zu fürchten braucht.

Die Grösse der Faktoren, mit denen die Korrektionsglieder behaftet sind, hängt noch von $\frac{N^2}{n^2}$ ab, man sieht aber schon so viel, dass der Einfluss der Dimensionen der grösseren Rollen auch absolut gerechnet verschwindend klein ist, während derjenige der kleineren Rolle einen immerhin ansehnlichen Betrag erreichen kann; dieselbe muss daher besonders regelmässig und sorfältig gewickelt werden.

§ 4. Massgebende Gesichtspunkte für die Wahl der Dimensionen der Rollen.

Aus den vorstehenden Formeln lässt sich nun Folgendes als Richtschnur bei der Wahl der Dimensionen des Apparats ableiten.

Die Kraftwirkung der Rollen ist, wie wir sahen, dem Quadrate des Verhältnisses der Halbmesser $\frac{a^2}{A^2}$ ausserdem noch den Windungszahlen der Rollen proportional. Man wird also zur Erzielung einer möglichst grossen Wirkung beide so gross nehmen, wie es sich mit den übrigen Bedingungen verträgt. Auf der anderen Seite darf man sowohl den Halbmesser, wie die Windungszahl der kleineren, an der Wage aufzuhängenden Rolle nicht zu gross wählen, um das Gewicht nicht zu stark zu vermehren. Den Halbmesser der grossen, festen Rollen aber darf man auch nicht zu klein werden lassen, weil diesem die Entfernung der Maximalwirkung der Rollen proportional ist, und sich dann bei den Schwankungen der beweglichen Rolle um die Gleichgewichtslage die Kraft zu stark ändern, die Empfindlichkeit der Wage also leiden würde, auch Orientierungsfehler, die sonst in der Maximalstellung natürlich sehr klein sind, von Einfluss werden könnten.

Die Drahtdicke besonders der beweglichen Rolle ist nicht zu stark zu wählen, wegen der dadurch bedingten Gewichtsvermehrung und der Vergrösserung des Querschnittes und damit der Korrekturen; zu klein darf sie aber auch nicht sein, weil sonst eine Erwärmung der Rolle und dadurch verursachte störende Luftströmungen auftreten können, wie dies bei *Lord Rayleigh's* Wage der Fall war.

Im Interesse einer grösseren Handlichkeit wird man die Dimensionen im Ganzen möglichst klein zu wählen suchen, hat aber darauf zu achten, dass der Windungsquerschnitt gegen den Radius noch hinreichend klein bleibt. Man wird denselben, wie wir sahen, quadratisch machen und zweckmässig auch die Rollen geometrisch ähnlich, wiewohl letzteres für das Resultat nicht erforderlich ist.

Lord Rayleigh, der sich zum Teil gegebenen Verhältnissen anpassen musste (seine festen Rollen wurden einem vorhandenen Apparat entnommen) war nicht in der Lage, den vorstehenden Bedingungen auf die günstigste Weise zu genügen. Sein Apparat hatte (l. c. p. 420, 421) bei einem grossen Umfang (0.5 ^{m} Durchmesser der festen Spulen) und bedeutendem Gewicht (600 gr.) der aufgehängten Rolle eine nicht sehr grosse Kraft-

wirkung — nur etwa 0.5 gr. auf $^1/_3$ Amp. Stromstärke — auch bei dieser Stromstärke traten Störungen durch Erwärmung ein.

§ 5. Die Herstellung des Apparates.

Bei der Konstruktion des Apparates wurde der Auswahl der Materialien mit Rücksicht auf ihr magnetisches Verhalten besondere Aufmerksamkeit gewidmet. Sämmtliches zur Anwendung gekommene Material ist, so wie von Herrn *F. Kohlrausch* geschehen, an einem empfindlichen Bifilarmagnetometer auf Magnetismus geprüft worden.

Hartkautschuk, den *Lord Rayleigh* für die Fassung seiner beweglichen Spule anwandte, habe ich verworfen, da das mir zugängliche Material nicht unbeträchtlich magnetisch war, und da er sich mit der Zeit auch bedeutend zu werfen pflegt. Gewarnt werden muss ferner vor der grünen Seidebespinnung von Kupferdrähten. Während der — von Obermaier in Nürnberg — bezogene Kupferdraht selbst sich als gut erwies, zeigte sich die grüne Seidebespinnung desselben verhältnissmässig stark magnetisch. Ein Teil derselben wurde auf dem Platinblech verbrannt; der Rückstand, in verdünnter Schwefelsäure gelöst, gab auch wirklich mit Rhodankalium deutliche Eisenreaktion. Das benutzte Kupfer war alles etwas, aber unbedeutend magnetisch; dagegen fand sich verschiedentlich Messing, das magnetisch neutral oder schwach diamagnetisch war. Der innere Reif der beiden festen Spulen wurde aus solchem 2 mm starkem Messingblech hergestellt. Da der vorhandene Vorrat dieses guten Blechs leider nicht reichte, mussten die Seitenwände aus Kupferblech (von derselben Stärke) hergestellt werden.

Bei dem Bestreben, möglichst wenig Metall anzuwenden, sind die Fassungen der festen Rollen etwas schwach geworden. Es musste daher beim Wickeln sehr vorsichtig verfahren und konnte nicht die ursprünglich beabsichtigte Windungszahl darauf gebracht werden; auch war eine Versteifung durch Holzklammern notwendig.

Bei der beweglichen Rolle ist vor Allem darauf zu achten, dass das verwendete Material nicht hygroskopischen Einflüssen

unterliege, ein Umstand, der sehr störend werden kann, wie auch Herr *Cazin* und Herr *Mascart* empfunden haben. Indessen giebt es ein einfaches Mittel, auch hygroskopische Stoffe dagegen vollständig ausreichend zu sichern. Als Material für die Fassung empfiehlt sich in vieler Beziehung Holz; es zeigt keine magnetischen Einflüsse, ist leicht und hält sich, wenn es alt, trocken und aus mehreren Stücken verleimt ist, sehr gut.

Die Fassung meiner aufgehängten Spule wurde aus 16 Stücken alten Mahagoniholzes so verleimt, dass die Fasern längs der Peripherie laufen, und dann mit einer Wandstärke von 3^{mm} abgedreht. Sie hat sich in den 7 Monaten seit ihrer Anfertigung noch nicht im mindesten nachweisbar verändert.[1])

Auf alle Rollen wurde doppelt mit Seide besponnener Kupferdraht aufgewickelt, und zwar auf jede zwei Drähte miteinander, ein Verfahren, das eine ganze Reihe von Vorzügen hat. Erstens kann man so die Isolierung direkt und sicher prüfen und braucht nicht die geistreichen, aber umständlichen Methoden *Lord Rayleigh*'s (l. c. p. 418 ff.) anzuwenden. Zweitens hat man durch galvanische Vergleichung der mittleren Durchmesser der beiden miteinander aufgewickelten Drähte eine Kontrolle für die Regelmässigkeit der Wickelung; und endlich hat man durch Neben- und Hintereinanderschaltung der beiden Drähte sowohl bei der Strommessung, wie bei der galvanischen Vergleichung eine Abänderung zur Verfügung, die eine viel mannigfaltigere Verwendung derselben Rollen und eine weitere Ausdehnung der Grenzen für die zu messenden Stromstärken gestattet.

Während des Wickelns wurden die Umfänge der einzelnen Lagen mittelst umgelegter, durch Gewichte gespannter Papierstreifen in der Weise wie sie von den Herren *H. Weber* und *Himstedt*[2]) angegeben ist, gemessen, ein sehr einfaches Verfahren, das doch einer ziemlich grossen Genauigkeit fähig ist. Nur ist zweierlei dabei zu beobachten; einmal müssen die Papierstreifen

[1]) Die sämtlichen Mechanikerarbeiten am Apparat stammen aus der Werkstatt des Herrn W. Siedentopf in Würzburg.

[2]) *H. Weber*, der Rotationsinduktor p. 41. Leipz. 1882, Teubner. *Himstedt*, Wied. Ann. 26 p. 555. 1885.

gleich nach dem Umlegen nachgemessen werden, da sie sich innerhalb ziemlich kurzer Zeit beträchtlich ändern können — wahrscheinlich durch hygroskopische Einflüsse; sodann muss man von den so gemessenen Durchmessern die doppelte, nicht etwa die einfache Dicke des Papierstreifens in Abzug bringen, wie aus folgender Versuchsreihe hervorgeht, bei der derselbe Umfang durch gleichbreite, aber verschieden dicke Papierstreifen unter einer, ihrer Dicke etwa entsprechenden Belastung gemessen wurden.

Es sei $a = \frac{u}{2\pi}$, wo u der mit dem Papierstreifen gemessene Umfang, und d die Dicke des Papierstreifens. Es fand sich:

a	d	a—d	a—2d
mm	mm	mm	mm
130.30	0.02	130.28	130.26
130.40	0.05	130.35	130.30
130.48	0.09	130.39	130.30
130.64	0.17	130.47	130.30

Bei dem dünnsten der Streifen könnte es zweifelhaft sein; bei den andern ist dagegen ganz deutlich das der doppelten Dicke der Streifen entsprechende Anwachsen der Durchmesser a zu ersehen, was zu beweisen scheint, dass die Papierstreifen beim Umlegen sich nicht dehnen, sondern nur — an der konkaven Seite — zusammendrücken. In unserem Fall kommt übrigens hierauf wenig an, da es sich bei der Messung von h und H, bei denen es einzig von Einfluss sein könnte, nur um Differenzen handelt, also ohnehin herausfällt, wenn die Messungen alle in derselben Weise vorgenommen werden. Die Durchmesser selbst brauchen ja nur angenähert bekannt zu sein.

Als radiale Höhe wurde die halbe Differenz des äussersten und des innersten so bestimmten Durchmessers angenommen, wobei der äussere an drei Stellen gemessen wurde. Als Breite wurde die mit dem Komparator gemessene Breite der Nute gesetzt, jedoch mit einer Korrektur, weil die Hälfte der Windungslagen die Nute nicht ganz ausfüllt, sondern wegen des Einsinkens in die Zwischenräume der untern Schicht eine Windung weniger zählt.

§ 6. Dimensionen und Aufstellung des Apparats.

Im Folgenden gebe ich die Dimensionen der Rollen, bei deren Wahl die im Vorstehenden auseinander gesetzten Bedingungen massgebend waren. Wie gewöhnlich sind die beabsichtigten idealen Verhältnisse nicht vollständig erfüllt aus verschiedenen teilweise erwähnten Gründen.

Es versteht sich, dass bei allen Messungen die nötigen Reduktionen vorgenommen wurden. Die Längen wurden, wo es auf absolute Werte ankam, alle auf den erst kürzlich von der Kaiserl. Normalaichungs-Kommission verglichenen Etalon des Instituts bezogen, wo es nur auf Verhältnisse ankam mit einem gut geteilten Glasmassstab verglichen.

	Die bewegliche Rolle	Die festen Rollen Nr. 1	Nr. 2
Windungszahl	138	296	292
Anzahl der Lagen	12	18	18
Mittlerer Durchmesser	12.0106 cm	26.99 cm	26.99 cm
Radiale Höhe	1.026 »	2.58 »	2.59 »
Axiale Breite	1.055 »	2.51 »	2.46
Drahtdicke mit Bespinnung	0.094 »	0.147 cm	
Drahtdicke ohne Bespinnung	0.0794 »	0.1294 »	
Gesammtgewicht	291 gr.		

Der Widerstand der beiden Drähte auf der beweglichen Rolle beträgt je 0.90 Ohm, derjenige der Drähte auf Rolle I 1.58 resp. 1.61 Ohm, auf Rolle II 1.57 resp. 1.58 Ohm.

Die 4 Enden der Drähte auf jeder Rolle sind zu einer Stöpselvorrichtung geführt, mittelst deren sie beliebig neben oder hintereinander geschaltet werden können.

Eine besondere Schwierigkeit des Apparats liegt noch in der Zuleitung des Stroms zu der beweglichen Rolle, die so beschaffen sein soll, dass sie sicheren Kontakt hat ohne die Empfindlichkeit der Wage zu sehr zu beeinträchtigen. *Lord Rayleigh* und Herr *Mascart* haben zu diesem Zweck feine passend gebogene Drahtspiralen angewendet, Herr *v. Helmholtz* Streifen von Rauschgold. Ich fand, dass ganz dünnes Stanniol weit bieg-

samer ist, als alles selbst ausgeglühtes — Rauschgold, das mir zur Verfügung steht. Das Leitungsvermögen des Stanniols ist allerdings gering, indess wird der Widerstand der Zuleitung kein erheblicher. Ich habe zwei Zuleitungsstreifen von 7 mm Breite und etwa 10 cm Länge angewendet, die mit beiden Enden an Drähte angelöthet sind. Sie haben ein Gewicht von zusammen 74 mgr, woraus sich ihre Dicke zu 0,007 mm und ihr Widerstand im Ganzen zu etwa 0.5 Ohm berechnet. Die Empfindlichkeit der Wage wurde durch sie nur sehr wenig beeinträchtigt, und ihre Erwärmung war nicht derart, dass sie irgend Störungen verursacht hätte.

Die bewegliche Rolle zeigte sich zunächst noch stark hygroskopisch. Wie gross derartige Einflüsse sind, mag man daraus ersehen, dass die nicht ganz 300 gr schwere Spule nach halbstündigem Durchgang eines Stromes von 0.5 Amp., wobei eine erhebliche Erwärmung nicht stattfand um mehrere cgr an Gewicht verlor und sie in der nächsten halben Stunde nach Oeffnen des Stroms wieder ersetzte; im Ganzen stiegen die Gewichtsdifferenzen beim völligen Austrocknen mit Chlorcalcium bis auf 0,1 gr. Die Rolle wurde dann in geschmolzenes Paraffin eingetaucht, wobei sie sich mit einem lose aufsitzenden Paraffinüberzug bedeckte, dann im Luftbad allmälig auf 70° erhitzt, so dass das Paraffin in die Rolle einzog, und allmälig wieder gekühlt. Die galvanische Vergleichung mit einer der festen Rollen vor und nach dieser Procedur ergab, dass sie dadurch keine merkliche Veränderung ihrer Dimensionen erlitten hatte. Sie zeigte sich nun sehr unempfindlich gegen Feuchtigkeitseinflüsse, so dass ihr Gewicht nach längerem Stromdurchgang höchstens einmal um 1—2 mgr. sich änderte.

§ 7. Die galvanische Vergleichung der Rollen.

Das Verhältniss der Durchmesser der beweglichen Spule zu dem der festen wurde in der oben angedeuteten Weise galvanisch bestimmt. Am besten werden die Rollen zu diesem Zweck auf ein Holzfutter aufgesetzt, das sehr genau so abgedreht werden kann, dass sie bereits zentriert sind, und in der Mitte eine

Ausbohrung mit einem Schlitz zum Aufhängen eines Spiegels mit aufgeklebter kleiner Magnetnadel hat. Die Ausbohrung wird dann vorn mit einer planparallelen Glasplatte verschlossen und muss so eng sein, dass der Spiegel selbst die Luftdämpfung besorgt. Die genaue Orientierung lässt sich dann mit Hülfe von Senkeln und in der von *Lord Rayleigh* angegebenen Weise mit einem breiten Lineal mit einer Spitze, deren Länge genau dem Abstand der vorderen Flächen der beiden Spulen entspricht, ausführen. Das Lineal wird auf der vorderen Fläche der weiteren Rolle aufgelegt und auf dieser herumgeführt, so dass die Spitze die vordere Fläche der kleineren Rolle überall gerade berührt. Auf diese Weise lässt sich eine sehr vollkommene Orientierung erzielen.

Bei meinen Messungen hatte die Magnetnadel — ein Stück einer feinen Nähnadel — eine Länge von 0.5 ^{c}. Der Skalenabstand betrug 250 ^{c} circa und die Ausschläge bei dem Vergleich der beweglichen Rolle mit Rolle I etwa

$$\varphi' = 0^0.25 \quad \varphi = 10^0$$

bei dem mit Rolle II

$$\varphi' = 0^0.30 \quad \varphi = 10^0$$

Genau berechnet sich (vergl. S. 00)

$$1 + 2\varepsilon + 2\varepsilon^2 = 1.04880 \text{ für Rolle I}$$

und $1 + 2\varepsilon + 2\varepsilon^2 = 1.06304$ für Rolle II

als Mittel aus einer längeren Reihe von Messungen, bei denen die verschiedenen Drähte der Rollen in jeder möglichen Weise mit einander kombiniert wurden. Die grösste Abweichung vom Mittel betrug dabei nur ausnahmsweise einmal 0.02 %, in den allermeisten Fällen blieb sie unter 0.01 %, so dass man auf die Genauigkeit von 0.01 % rechnen darf, wenn man von den Fehlern absieht, die von den Korrekturen wegen der Dimensionen herrühren. Die beiden Drähte auf Rolle I zeigten merklich gleichen Durchmesser, die auf Rolle II ein Verhältniss derselben von 1 : 1.00024 und die auf der beweglichen Rolle ein solches von 1 : 1.00034.

Die Bestimmungen wurden zwischen dem 17. und 22. März ausgeführt und am 18. Juni wiederholt, wobei sich eine völlige Konstanz der Rollen — soweit merklich ergab.

Nach der früher angegebenen Formel berechnet sich im Mittel, wenn A_1 und A_2 jetzt die Halbmesser der Rollen I und II bezeichnen, und alle Windungen hintereinander geschaltet sind:

$$\frac{a}{A_1} = 0.444778$$

$$\frac{a}{A_2} = 0.444767$$

Die geometrischen Ausmessungen hatten ergeben

$$\frac{a}{A_1} = \frac{a}{A_2} = 0.4450$$

also bis auf $^1/_2$ Tausendstel mit den galvanisch gefundenen Werten übereinstimmend — ein gewiss sehr befriedigendes Resultat, das für die Regelmässigkeit der Wickelung spricht.

§ 8. Die Entfernung der Rollen von einander.

Aus den angeführten Daten ist die für die Maximalwirkung geforderte Entfernung der beweglichen Spule von den festen, bezw. ihrer mittleren Windungsebenen zu berechnen. Wir fanden dafür die Gleichung (p. 11)

3) $$B_M = \frac{A}{2}\left(1 - 0.9\,\frac{a^2}{A^2} - 0.125\,\frac{a^4}{A^4}\right)$$

Setzt man hierin $A = 13^c.495$ und $\frac{a}{A} = 0.4448$, so erhält man

$$B_M = 5^c.513.$$

Die Entfernung der festen Rollen von einander sollte also betragen:

$$2\,B_M = 11^c.026.$$

Die Rollen waren bei den nachfolgenden Messungen auf einem provisorischen Gestell befestigt und ihre Entfernung ein wenig grösser, nämlich:

$$2B_M = 11^c.08.$$

Auf die Grösse der Kraft hat dieser Unterschied nur verschwindenden Einfluss.

§ 9. Die Berechnung der Kraftwirkung der Rollen aufeinander.

Die Berechnung der Kraftwirkung der festen Spulen auf die bewegliche geschieht am besten nach der von *Maxwell*[1]) gegebenen Gleichung:

$$8) \qquad F = C \frac{B \sin\gamma}{\sqrt{A\,a}} \left\{ 2F\gamma - (1 + \sec^2\gamma) E\gamma \right\}$$

Hierin ist gesetzt

$$9) \qquad C = \pi\, n N i^2,$$

n und N bezeichnen die Windungszahlen der beiden Spulen, i die Intensität des sie durchfliessenden Stromes, a, A und B haben die frühere Bedeutung und $F\gamma$ und $E\gamma$ sind die vollständigen elliptischen Integrale 1. und 2. Gattung mit dem Argument γ (Modul $\sin\gamma$), das durch die Gleichung definiert ist,

$$10) \qquad \sin\gamma = 2 \sqrt{\frac{A\,a}{(A + a)^2 + B^2}}.$$

Zur Berechnung des Ausdrucks

$$\sin\gamma \left\{ 2F\gamma - (1 + \sec^2\gamma) E\gamma \right\}$$

giebt *Lord Rayleigh* (l. c. p. 455) ausführliche Tafeln an. Die (sehr kleinen) Korrektionen wegen der Windungsquerschnitte sind im folgenden ebenso, wie bei *Lord Rayleigh* p. 425 behandelt worden.

Mit den p. p. 18 und 21 gegebenen Daten berechnet sich für Rolle I

$$f = \frac{F}{C} = 1.27559.$$

ohne Korrektionen.

Ferner ergeben sich folgende Werte für die Korrektionsrechnung:

$$f\left(A + \frac{H}{2},\ a,\ B\right) = 1.01731$$

$$f\left(A - \frac{H}{2},\ a,\ B\right) = 1.60402$$

[1]) l. c. § 702. Formel 1_1 d.

$$f\left(A,\ a + \frac{h}{2},\ B\right) = 1.55707$$

$$f\left(A,\ a - \frac{h}{2},\ B\right) = 1.03220$$

$$f\left(A,\ a,\ B + \frac{K}{2}\right) = 1.23394$$

$$f\left(A,\ a,\ B - \frac{K}{2}\right) = 1.22347$$

$$f\left(A,\ a,\ B + \frac{k}{2}\right) = 1.26704$$

$$f\left(A,\ a,\ B - \frac{k}{2}\right) = 1.26769$$

Die Summe dieser acht Werte ist:

$$10.20275$$

$$\text{hiervon subtrahiert } 2f = \underline{2.55118}$$

$$\text{giebt } 6f = 7.65157$$

wenn f, den korrigierten Wert für Rolle I bezeichnet, der hiernach ist:

$$f_1 = 1.27526$$

Ebenso ergeben sich für Rolle II die Werte

$$f = \frac{F}{C} = 1.27555$$

ohne Korrektion, und

$$f\left(A + \frac{H}{2},\ a,\ B\right) = 1.01630$$

$$f\left(A - \frac{H}{2},\ a,\ B\right) = 1.60532$$

$$f\left(A,\ a + \frac{h}{2},\ B\right) = 1.55693$$

$$f\left(A,\ a - \frac{h}{2},\ B\right) = 1.03217$$

$$f\left(A,\ a,\ B + \frac{K}{2}\right) = 1.23540$$

$$f\left(A,\ a,\ B - \frac{K}{2}\right) = 1.22563$$

$$f\left(A,\ a,\ B + \frac{k}{2}\right) = 1.26698$$

$$f\left(A,\ a,\ B - \frac{k}{2}\right) = 1.26760$$

Die Summe ist 10.20633
hiervon ab $2f = 2.55110$
giebt $6f_2 = 7.65523$

also den korrigierten Wert für Rolle II

$$f_2 = 1.27587$$

Die Berechtigung zur Anwendung dieser Berechnungsweise, die in unserem Fall bei den grossen Differenzen zwischen

$$f\left(A + \frac{H}{2},\ a,\ B\right) \text{ und } f\left(A - \frac{H}{2},\ a,\ B\right)$$

sowie zwischen

$$f\left(A,\ a + \frac{h}{2},\ B\right) \text{ und } f\left(A,\ a - \frac{h}{2},\ B\right)$$

zweifelhaft sein könnte, wird dadurch gestützt, dass die Berechnung der Korrektionen in dem Kraftausdruck nach der auf S. 10 gegebenen Formel (4) zu fast demselben Resultate führt. Die Formel wird unter Einsetzung der Zahlenwerte

$$1 + 0.228\,\frac{H^2}{A^2} - 0.323\,\frac{K^2}{A^2} + 0.140\,\frac{h^2}{a^2} - 0.046\,\frac{k^2}{a^2}$$

und hiernach berechnet sich die Korrektur

für Rolle I zu : $1 - 0.00022$
für Rolle II zu : $1 + 0.00030$.

Die Uebereinstimmung zwischen dieser und in erster Annäherung durchgeführten Berechnungsweise und der anderen ist also schon derartig, dass die Differenz das Endresultat nur um einige $^1/_{100000}$ beeinflussen würde.

Die Differenz zwischen f und f_1 bezw. f_2 beträgt nur $^1/_{4000}$. Dabei ist noch zu berücksichtigen, dass auch in dem bei diesen

Rechnungen benutzten Werten von $\frac{a}{A_1}$ und $\frac{a}{A_2}$ Korrektionen wegen der Dimensionen der Windundsquerschnitte stecken. Hätte man dieselben in diese Rechnungen mit hineingezogen, so würde sich der Gesammteinfluss der Korrektionen noch kleiner herausgestellt haben.

Der Einfluss der Fehler in den einzelnen gemessenen Grössen auf das Resultat lässt sich jetzt vollständig ermitteln.

Bildet man die Fehlergleichung

$$11) \qquad \frac{df}{f} = \lambda \frac{dA}{A} + \mu \frac{da}{a} + \nu \frac{dB}{B},$$

so lassen sich die Koeffizienten derselben bekanntlich mit Hülfe der obigen Variationswerte von f bestimmen und zwar ist:

$$12) \qquad \lambda = \frac{f\left(A + \frac{H}{2}, a, B\right) - f\left(A - \frac{H}{2}, a, B\right)}{f(A, a, B)} : \frac{H}{A}$$

Analoge Werte ergeben sich für μ und ν. Mit Hülfe der Werte für

$$f\left(A + \frac{H}{2}, a, B\right) \text{ etc.}$$

findet man so

$$13) \qquad \frac{df}{f} = -2.406 \frac{dA}{A} + 2.397 \frac{da}{a} - 0.0027 \frac{dB}{B}$$

oder, wenn man $\frac{a}{A} = \alpha$ setzt:

$$14) \qquad \frac{df}{f} = +2.397 \frac{d\alpha}{\alpha} - 0.009 \frac{dA}{A} - 0.0027 \frac{dB}{B}$$

Diese Gleichung gilt für jede der beiden Rollen I und II für sich. Der Fehler in B ist nur von Einfluss, insofern B als die halbe Entfernung der beiden festen Rollen bestimmt wird, während ein kleines Heraustreten der beweglichen Rollen aus der Symmetrielage, also auch Schwankungen derselben mit der Wage um die Gleichgewichtslage ganz ohne merklichen Einfluss sind.

Fehler in der Bestimmung von A und B haben nur verschwindenden Einfluss auf das Resultat. Dabei ist noch zu be-

merken, dass f dem Quadrate der Stromintensität proportional ist, also sämmtliche in f begangene Fehler nur mit der Hälfte in die Messung der Stromintensität eingehen.

Eine Aenderung von B um 1 mm würde f nur um $^1/_{20\,000}$ und ein ebenso grosser Fehler in A um $^1/_{14000}$, also die Stromintensität i nur um bezw. $^1/_{40\,000}$ und $^1/_{28\,000}$ unrichtig machen. Dagegen tritt ein Fehler in α 2,4 mal vergrössert in f, also 1,2 mal in i auf.

Was ferner den Einfluss von Fehlern in den Bestimmungen der Windungsquerschnitte betrifft, so ergiebt sich dieses aus der früher (p. 13) gegebenen Formel (7). Setzt man im zweiten Glied, nach Heraussetzung des beiden Gliedern gemeinschaftlichen Faktors, für

$$\frac{n^2}{N^2}(1+2\varepsilon+\varepsilon^2)$$

seinen Wert, nahezu 0,2 (vergl. p. 21), so erhält man das Korrektionsglied für die Windungsquerschnitte in dem Kraftausdruck in erster Annäherung:

$$15) \qquad 1 + 0.027\,\frac{H^2}{A^2} - 0.027\,\frac{K^2}{A^2} + 0.38\,\frac{h^2}{a^2} - 0.38\,\frac{k^2}{a^2}$$

Die Fehler in der Bestimmung von H und K sind also jedenfalls zu vernachlässigen, da die betreffenden Korrektionsglieder kleiner als $^1/_{1000}$ sind, nicht aber die in h und k. Da ungefähr

$$\frac{h^2}{a^2} = \frac{k^2}{a^2} = \frac{1}{36}$$

ist, so folgt, dass ein relativer Fehler in h oder k mit 0.02 multipliziert in f eintritt. Bei einer Grösse von etwa 1 cm wären also h und k bis auf 0.01 cm genau zu messen, um keinen $^2/_{10\,000}$ übersteigenden Fehler in f, oder $^1/_{10\,000}$ übersteigenden Fehler in i zu haben. Indess ist schon bemerkt, dass Fehler, die bei h und k in demselben Sinne begangen werden, mit entgegengesetztem Vorzeichen auftreten.

Die Kraft, welche die beiden festen Rollen, deren Windungszahlen bezw. N_1 und N_2 sein, zusammen auf die bewegliche ausüben, wenn alle von dem Strom i durchflossen werden und zwar

die beiden festen in entgegengesetztem Sinne, so dass die eine anziehend, die andere abstossend auf die bewegliche wirkt, ist schliesslich

16) $$\pi\, i^2 (N_1 + N_2)\, n\, f,$$

wo für f ohne merklichen Fehler der Mittelwert $\frac{f_1 + f_2}{2}$ eingesetzt werden darf.

Diese Kraft wird durch die Schwerkraft aequilibriert. Ist m die Gewichtsdifferenz die man beim Kommutieren des Stroms in den festen Rollen erhält, wenn in beiden Fällen Gleichgewicht hergestellt ist und ist g die Beschleunigung der Schwerkraft, so ist

17) $$\pi\, i^2 (N_1 + N_2)\, n\, f = \tfrac{1}{2}\, g\, m$$

woraus folgt

18) $$i = \sqrt{\frac{g\, m}{2\, \pi\, f\, (N_1 + N_2)\, n}}$$

m ist auf den luftleeren Raum zu reduzieren, also bei Anwendung von Platingewichten, wie bei unsern Messungen, mit 0,99994 (bei Messinggewichten mit 0,99986) zu multiplizieren.

g ist für Würzburg 981.01 $\frac{cm}{sec^2}$ [1])

Unter Berücksichtigung der früher (pag. 22, 29, 30) gegebenen Daten ergiebt sich also

$$i = \sqrt{\frac{m \times 981.01 \times 0.99994}{2\, \pi \times 1.27557 \times 588 \times 138}} \quad \text{oder}$$

19) $$i = 0.038837 \sqrt{m}$$

Der Faktor 0,038837 wäre der Reduktionsfaktor der Stromwage.

§ 10. Die Wage; Anforderungen an dieselbe.

Die gebrauchte Wage war für meinen Zweck eigentlich zu schwer. Ich hatte bei der Herstellung meines Apparats auf eine

[1]) Vergl. *F.* u. *W. Kohlrausch*, Wied. Ann. 27, p. 38. 1886.

Wage von 500 gr Maximalbelastung gerechnet, während die vorliegende, eine für einige Zeit disponibele, einarmige Tierwage des hiesigen chemischen Instituts, von Herrn Prof. *E. Fischer* mir gütigst zur Benutzung überlassen, auf 3 kgr Belastung eingerichtet war. Nach Abschrauben gewisser Teile des Gegengewichts war sie durch etwa 1 kgr zu aequilibrieren, doch war bei einer geringen Empfindlichkeit (etwa 1 p. auf 5 mgr) ihre Schwingungsdauer immer noch reichlich gross (15 1/2 sec einfache Schwingungsdauer). Trotzdem hat sie mit etwas Sorgfalt behandelt, selbst für inkonstante Ströme gute Resultate ergeben.

Auf der andern Seite hat sie auch verschiedene, für meinen Zweck günstige Eigenschaften. So ist ihr Wagebalken ziemlich kurz und durch vorsichtiges Auslösen konnten ihre Schwingungen ganz klein gehalten werden; dabei verhindert grade ihre geringere Empfindlichkeit, dass Stromschwankungen die Schwingungen zu stark vergrösserten.

Ueberhaupt empfiehlt es sich für solche Zwecke eine nicht allzu empfindliche Wage zu nehmen, da die grössere Genauigkeit der Wägung doch durch Störungen, wie Stromschwankungen, Luftströmungen, durch Erwärmen der Rollen veranlasst, und endlich auch durch Fehler, welche das Heraustreten der beweglichen Rolle aus der Symetricebene bewirkt, illusorisch gemacht würde. Von störenden Luftströmungen habe ich übrigens selbst bei den stärksten von mir gemessenen Strömen nichts bemerken können.

Sodann ist es vortheilhaft eine kurzarmige Wage von kurzer Schwingungsdauer zu benutzen; ersteres wegen der geringeren Schwankungen der beweglichen Rolle, letzteres wegen der Stromschwankungen und im Interesse der schnelleren Handhabung.

Die bewegliche Rolle wird auf die Spitzen dreier Schrauben zur Regulierung aufgelegt, die durch ein leichtes Messinggehänge mit der Wagschale verbunden sind und ist durch ein Gehäuse gegen Luftströmungen geschützt.

§ II. Die Tangentenbussole.

Die Tangentenbussole, welche zum Vergleich mit der Wage benutzt wurde, ist die von Herrn *F. Kohlrausch*[1]) beschriebene. Sie besteht aus einem versteiften Kupferreifen und hat als Magnet einen Stahlspiegel von 2.1 cm Durchmesser und einen Dämpfer von sehr reinem Kupfer.

Ihre Dimensionen wurden von Neuem ausgemessen und der Reduktionsfaktor danach berechnet.

Als Mittel aus den Messungen von je 6 Durchmessern, die im Maximum um 0.057 cm von einander verschieden waren, ergab sich der mittlere Durchmesser, auf der vordern Seite gemessen, gleich

$$40.2862 \text{ cm}$$

und auf der hintern Seite gleich

$$40.2801 \text{ cm}$$

woraus sich als Gesammtmittel ergiebt

$$\begin{aligned} 2\,R &= 40.2832 \text{ cm bei } 15^0 \\ &= 40.2868 \text{ cm bei } 20^0 \end{aligned}$$

Die Korrekturen sind folgende[2]):

wegen der Breite des Rings:

$$+\tfrac{1}{8}\frac{b^2}{R^2} = +\tfrac{1}{8}\frac{0.85^2}{20.14^2} = +0.00022$$

wegen der Dicke des Rings:

$$-\tfrac{1}{6}\frac{h^2}{R^2} = -\tfrac{1}{6}\frac{0.41^2}{20.14^2} = -0.00007$$

wegen der Zuleitung:

$$+\frac{a\,l}{2\,\pi\,R}\frac{R+\frac{1}{2}l}{(R+l)^2} = +\frac{0.52\times 13\times 26.5}{2\,\pi\times 20.14\times 33.1^2} = +0.00129;$$

wegen des Durchmessers des Magnetspiegels:

$$-0.12\,\frac{\delta^2}{R^2} + 0.45\,\frac{\delta^2}{R^2}\sin^2\omega = -0.00131 + 0.048\sin^2\omega;$$

[1]) Wied. Ann. 15. p. 552. 1882; vergl. auch Wied. Ann. 27. p. 19. 1886.

[2]) Die Bezeichnungen sind die der letztzitierten Abhandlung.

wegen Torsion des Fadens:

$$+\Theta = 0.00020.$$

Daraus berechnet sich der Reduktionsfaktor:

$$20)\quad \frac{R\,H\,(1+\Theta)}{2\pi}\left\{1+\tfrac{1}{8}\frac{b^2}{R^2}-\tfrac{1}{6}\frac{h^2}{R^2}+\frac{al}{2\pi R}\frac{R+\frac{l}{2}}{(R+l)^2}-0.12\,\frac{\delta^2}{R^2}\right.$$

$$\left.+0.45\,\frac{\delta^2}{R^2}\sin^2\omega\right\} = H \times 3.20705\,(1+0.0048\sin^2\omega).\ \text{bei } 20^\circ.$$

Hierzu kommt noch eine Korrektur wegen des Diamagnetismus des Kupferdämpfers, die bestimmt wurde aus der veränderten Einstellung des Magnets bei Drehung des Instruments um einen Winkel von 20°, und durch welche die Horizontalintensität um $^1/_{2500}$ verkleinert wird. Nimmt man diese gleich in den Zahlenfaktor auf, so wird die Stromintensität, die dem Ausschlagswinkel ω entspricht:

$$21)\qquad i = H \times 3.20577\,(1+0.0048\sin^2\omega)\,\mathrm{tg}\,\omega.$$

§ 12. Die Bestimmung der Horizontalintensität des Erdmagnetismus.

Die Horizontalintensität H wurde nach dem von Herrn *F. Kohlrausch* [1]) angegebenen bifilar-magnetischen Verfahren bestimmt. Die Messungen wurden sämmtlich im nordöstlichen eisenfreien Zimmer des hiesigen Instituts ausgeführt. Für die Entfernung aller beweglichen Eisentheile aus der Nähe wurde Sorge getragen.

Für die Dimensionen des Bifilarapparats wurden folgende Werte gefunden:

Der obere Fadenabstand:

$e_1 = 11.9665$ cm bei 17,°5 also 11.9671 cm bei 21°;

der untere Fadenabstand:

$e_2 = 12.0227$ cm bei 15° also 12.0240 cm bei 21°;

[1]) Wied. Ann. 17 p. 737. 1882.

Die mittlere Fadenlänge mit Berücksichtigung der Drahtsteife $l = 259.43$ cm b. 23° also 259.41 cm b. 21°; die halbe Dicke des messingenen Aufhängedrahts:

$$\varrho = 0.0034 \text{ cm}$$

Das Gewicht des Bifilarkörpers einschliesslich Magnet mit in Wasser eintauchendem Dämpfer vermehrt um das halbe Gewicht der Aufhängedrähte:

$$m = 193{,}811 \text{ gr.}$$

Die Korrektionen waren:
für den Polabstand d des Bifilarstabs:

$$-\tfrac{3}{8}\frac{d^2}{a^2} = -\tfrac{3}{8}\frac{13.84^2}{90.01^2} = -0.00885;$$

für die Nadellänge $\lambda = 1{,}8$ des Unifilarmagnetometers:

$$+\frac{\lambda^2}{a^2} = +\frac{1.8^2}{90.01^2} = +0.00040;$$

für das Verhältniss $\varkappa$ des Magnetismus dieser Nadel zum Erdmagnetismus

$$-\frac{2\varkappa}{a^3} = -\frac{2 \times 32.4}{90.01^3} = -0.00008$$

für den Torsionskoeffizienten des Unifilars:

$$-\Theta = -0.00008.$$

Die Direktionskraft des Bifilarapparats ist also:

$$D = g\,m\,\frac{e_1\,e_2}{4\,l} + D_2 = 26365.9 + 0.6 = 26366.5 \text{ bei } 21°,$$

und die Horizontalintensität:

$$H = \sqrt{\frac{D}{a^3}}\left\{1 - \tfrac{3}{8}\frac{d^2}{a^2} + \frac{\lambda^2}{a^2} - \frac{2\varkappa}{a^3} - \Theta\right\}\sqrt{\frac{\sin\alpha}{\operatorname{tg}\varphi}}\,(1 - 2\operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\varphi)$$

$$= 161.677\,\sqrt{\frac{1}{a^3}\frac{\sin\alpha}{\operatorname{tg}\varphi}}\,(1 - 2\operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\varphi),$$

wo α und φ die Ablenkungswinkel des Bifilar und Unifilarmagnetometers und a ihr Abstand.

Bei nahe gleichen Ausschlägen n und n' und Skalenabständen A und A' für das Bifilar- und Unifilarmagnetometer kann man setzen: [1])

$$\frac{\sin\alpha}{\operatorname{tg}\varphi}(1-2\operatorname{tg}a\operatorname{tg}\varphi)=\frac{n}{n'}\frac{A'}{A}\left(1-\tfrac{5}{8}\frac{n^2}{A^2}\right).$$

Die Ablenkungsbeobachtungen wurden am 30. Mai und und 13. Juni vorgenommen und ergaben unter Berücksichtigung der zeitlichen Aenderungen der Intensität ziemlich übereinstimmende Resultate.

Das Unifilarmagnetometer wurde nördlich und südlich vom Bifilarapparat aufgestellt; die halbe Entfernung a der beiden Stellungen betrug

am 30. Mai: 90.0095 cm
am 13. Juni 90.0080 cm

Die Ausschläge wurden auf gleiche Intensität, wie am Orte des Bifilarapparats reduziert. Der Skalenabstand A betrug ungefähr

am 30. Mai: 2370 mm
am 13. Juni: 2380 mm

Der Unterschied der Skalenabstände für Bifilar- und Unifilarapparat wurde unter Berücksichtigung von Spiegel und Deckglasdicken, Neigung und Krümmung der Spiegel [2]) bestimmt

am 30. Mai: $A' - A = + 0.509$ cm
am 13. Juni: $A' - A = + 0.309$ cm

Die reduzierten Skalenausschläge waren im Mittel

am 30. Mai: $n = 137{,}59$ mm für das Bifilar
$n' = 130{,}80$ mm für das Unifilar
am 13. Juni $n = 137{,}60$ mm für das Bifilar
$n' = 130{,}43$ mm für das Unifilar.

Die zeitlichen Aenderungen der Horizontalintensität wurden mittelst Bifilarvariometers mit festem Kontrolspiegel beobachtet, die örtlichen mittelst Intensitätsvariometers mit vier Ablenkungs-

[1]) Vergl. *F. u. W. Kohlrausch* Wied. Ann. 27 p. 39. 1886.
[2]) Vergl. *F. u. W. Kohlrausch* Wied. Ann. XXVII, 1886 §§ 32—35.

stäben — beide von Herrn *F. Kohlrausch* [1]) angegeben und beschrieben. Der Wert eines Skalenteils des Bifilarvariometers betrug 0.026 % der Horizontalintensität; wachsenden Skalenteilen entsprach wachsende Intensität. Sein Temperaturkoefficient war 0.00052, so dass jedem Grad Temperaturerhöhung eine Verschiebung von — 2.0 p. entsprach.

Eine Korrektur von + 0.025 % an der Horizontalintensität wurde noch durch den Diamagnetismus des Dämpfers des Unifilarmagnetometers bedingt.[2])

Unter Reduktion auf denselben Stand des Variometers berechnet sich die Horizontalintensität des Erdmagnetismus aus den Beobachtungen vom

30. Mai: H = 0.19423 [cm, gr]
13. Juni: H = 0.19417.

Die Differenz beträgt 0.03 % und würde 1.1 p. des Variometers oder 0.5° Temparaturunterschied desselben entsprechen.

Das Mittel aus beiden Beobachtungen ist H = 0.19420.

Es wurde sodann mittelst Intensitätsvariometers das Verhältniss der Intensitäten am Orte des Bifilarapparats H_b und der Tangentenbussole H_t, die etwa 2 m von einander entfernt waren, verglichen.

Zwei Beobachtungsreihen am 6. und am 12. Juni ergaben:

$$\frac{H_t}{H_b} = 1.00140 \text{ und } 1.00124$$

im Mittel

$$\frac{H_t}{H_b} = 1.00132.$$

Es ist also $H_t = 0.19420 \times 1.00132$
$= 0.19446$

bei dem Stand des Intensitätsvariometers 242,7 p. und der Temperatur 20.15° desselben. Der Reduktionsfaktor der Tangentenbussole ergiebt sich daher für den Stand v und die Temperatur t des Intensitätsvariometers

[1]) Wied. Ann. 15 p. 534 ff. 1882 u. 19 p. 130 1883.
[2]) Vergl. *F.* u. *W. Kohlrausch* Wied. Ann. 27 S. 11. 1886.

$$F = 0.19445 \times 3.2058 \,(1 + 0.0048 \sin^2 \omega)$$

$$\left\{1 + 0.00025 \,(v + 2\,(t - 20.15) + 242.7)\right\}$$

$$= 0.62339 \,(1 + 0.0048 \sin^2 \omega)$$

$$\left\{1 + 0.00025 \,(v + 2\,(t - 20.15) - 242.7)\right\}$$

§ 13. Strommessungen mit Tangentenbussole und Stromwage.

In der Zeit vom 8. bis 15. Juni wurde nun nach vielfachen vorläufigen Versuchen eine Reihe gleichzeitiger Strommessungen mit Stromwage und Tangentenbussole ausgeführt. Die Bedingungen wurden dabei mehrfach variiert. Bei der Bussole wurde mehrfach die Skala vertauscht und der Skalenabstand geändert. Es wurden Ströme von verschiedener Stärke zwischen 0.1 und 1.4 Ampère gemessen, sowohl konstante, wie auch bis zu 4 % innerhalb einer Versuchsreihe sich ändernde und zwar sowohl wachsende, wie abnehmende.

Die Messungen wurden meist in folgender Weise vorgenommen. Nach Schluss des Stroms wurde erst ungefähr das aequilibrierende Gewicht für die Wage ermittelt. Dann — möglichst schnell nacheinander — drei Wägungen vorgenommen; zwischen denselben wurde der Strom in der Tangentenbussole jedesmal kommutiert und der Stand der Bussole zwischen zwei Elongationen der Wage bei jeder Wägung abgelesen — die Zeit 15.5 sec. war dazu vollkommen ausreichend. Bei jeder Wägung wurden, wenn die Wage sich nicht etwa sofort einstellte, drei Umkehrpunkte beobachtet. Dann wurde der Strom in den festen Rollen kommutiert und ebenso verfahren. Drei oder fünf solcher Gruppen wurden in der Weise kombiniert, dass sowohl bei der Wage, wie bei der Bussole das Mittel aus den graden Gruppen mit dem aus den ungraden zum Hauptmittel vereinigt wurden. Dazwischen wurden Stand und Temperatur des magnetischen Intensitätsvariometers in regelmässigen Intervallen abgelesen. De-

klinationsschwankungen und ein kleiner vorkommender Einfluss der festen Rollen auf die Bussole eliminieren sich bei diesem Verfahren vollständig.

Im Folgenden gebe ich eine Zusammenstellung der Resultate. Spalte 1 enthält Datum und Nummer der Versuche; Spalte 2 und 3 die mit der Wage und gleichzeitig mit der Bussole gemessene Intensität des Stroms; Spalte 4 die Differenz beider in $^0/_0$; Spalte 5 die Gewichtsdifferenz m bei der Wage; Spalte 6 die Differenz der Skalenablesungen bei der Bussole 2n; Spalte 7 den Skalenabstand bei letzterer.

Stromstärke in [cm, gr].

		Wage	Bussole	Differenz	m in gr	2n in mm	a in mm
8. Juni	Nr. 1	0.028875	0.028871	$+0.014\,^0/_0$	0.5528	642.84	3466.2
	2	0.026865	0.026860	$+0.019\,^0/_0$	0.4785	598.04	3466.2
9. Juni	3	0.047559	0.047533	$+0.054\,^0/_0$	1.4996	1063.46	3465.0
	4	0.047778	0.047764	$+0.029\,^0/_0$	1.5134	1068.89	3465.0
	5	0.021960	0.021951	$+0.041\,^0/_0$	0.3197	488.96	3465.0
	6	0.011528	0.011534	$(-0.052\,^0/_0)$	0.0881	256.90	3456.0
14. Juni	7	0.073019	0.073041	$-0.030\,^0/_0$	3.5348	651.31	1371.6
	8	0.072900	0.072932	$-0.044\,^0/_0$	3.5233	650.37	1371.6
	9	0.13544	0.13544	$\pm 0.000\,^0/_0$	3.041	1249.96	1371.6
15. Juni	10	0.12488	0.12492	$-0.032\,^0/_0$	2.5852	1146.17	1371.6

im Mittel $+0.006\,^0/_0$

Bei den letzten beiden Versuchen waren die Drähte sämmtlicher Rollen nebeneinander geschaltet. Bei dem Mittel aus Spalte 4 ist Versuch Nr. 6 ausgeschlossen, weil hier bei der geringen Gewichtsdifferenz die Messung mit der Wage wegen nicht genügender Empfindlichkeit derselben die Genauigkeit von $0.1\,^0/_0$, auf die die übrigen Messungen Anspruch machen, nicht erreichen konnte.

Ich führe noch zwei Beispiele ausführlicher an. Das eine, Versuch Nr. 5, soll die Schnelligkeit und Genauigkeit der Messung eines konstanten Stroms mit der Wage illustrieren, das andere, Versuch Nr. 9, zeigen, dass selbst bei grossen Unregelmässigkeiten aus wenigen Wägungen ein ganz befriedigendes Resultat hervorgeht.

In den folgenden Tabellen enthalten Spalte 1 und 2 die auf die Wage beim Kommutieren des Stroms in den festen Rollen jedesmal aufgelegten Gewichte (abzüglich eines gewissen konstanten Gewichts); Spalte 3 die aus 3 Umkehrpunkten abgeleitete entsprechende Einstellung der Wage; Spalte 4 das für jede Gruppe der Einstellung auf Teilstrich 10 entsprechende mittlere Gewicht, mittelst der bekannten Empfindlichkeit der Wage berechnet, Spalte 5 und 6 die Ausschläge der Tangentenbussole und Spalte 7 die Mittel der doppelten Ausschläge für jede Gruppe.

Versuch Nr. 5

Wage				Bussole		
gr	gr	p.	gr	mm	mm	mm
0.823		10.00	0.8230	341.0 341.2	830.1	489.00
	1.143	10.05	1.1427	341.9 341.9	830.8	488.90
0.823		10.00	0.8230	340.9 340.8	829.9	489.05

Versuch Nr. 9

Wage				Bussole		
gr	gr	p.	gr	mm	mm	mm
3.575 3.580 3.575		9.50 11.12 11.37	3.5720	360.0 362.5	1635.2	1273.95
	0.455 0.465 0.475	8.10 8.00 8.20	0.4760	369.6 373.2	1623.3	1251.90
3.485 3.475 3.455		10.87 11.85 12.57	3.4620	384.0 392.2	1610.2	1222.10

Durch die vorliegenden Versuche scheint mir der Nachweis geliefert, dass sich mit der beschriebenen Konstruktion der Wage Ströme von 0.2 bis 1.4 Amp. mit der Genauigkeit von $^1/_{1000}$ messen lassen.

Da die obere Grenze für die zu messenden Stromstärken nur durch die Erwärmung der Rollen und dadurch verursachte störende Luftströmungen bedingt ist, ich aber auch bei den stärksten hier angewendeten Strömen noch nicht das mindeste davon habe konstatieren können, so glaube ich, dass man auch noch bedeutend stärkere Ströme mit mindestens derselben Genauigkeit wird messen können.

Für schwächere Ströme müsste man freilich andere Verhältnisse wählen, indessen ist es leicht, auf Grund der vorliegenden Wage eine Konstruktion anzugeben, die es ermöglicht, 100mal schwächere Ströme mit derselben Genauigkeit zu messen.

Nehmen wir zunächst einen allgemeinen Fall. Wenn man bei gleichen Dimensionen der Rollen, wie die vorliegenden den Querschnitt der Drähte auf das p fache verkleinert, so kann man bei demselben Windungsquerschnitt p mal so viel Windungen aufwickeln. Die Kraftwirkung wird dadurch p^2 mal vergrössert, und kann man also noch einen p^2 mal schwächeren Strom bis auf 0.1 % genau messen, als es mit unserer Wage der Fall ist. Auf der anderen Seite wird der Widerstand der Rollen auf das p^2 fache vergrössert, die Wärmeentwicklung eines p mal schwächeren Stroms in den Rollen ist also $\frac{1}{p^2}$ p^2 mal oder gerade so gross, wie in unserm Fall. Man kann also, ohne Störung durch zu starke Erwärmung einen nur p mal schwächeren Strom, wie den stärksten für uns messbaren noch mit derselben Genauigkeit bestimmen. In der praktischen Ausführung wird sich das Verhältniss allerdings weniger günstig gestalten, weil bei dünneren Drähten die Bespinnung im Verhältniss zum Kupfer mehr Raum einnimmt. Nehmen wir einen Draht für jede der Rollen, dessen Dicke mit Bespinnung nur $\frac{1}{\sqrt{10}}$ von der Dicke des entsprechenden Drahts unserer Rollen — natürlich auch mit Bespinnung gemessen — hat, so werden die Dicken der unbesponnenen Drähte etwa im Verhältniss $^1/_5 : 1$ stehen. Man hat dann 10 mal so

viel Windungen, eine 100 mal so grosse Kraft, und einen $10 \times 25 = 250$ mal so grossen Widerstand. Da man mit einer etwas empfindlichen Wage mit unseren Rollen noch einen Strom von 0.1 Amp. auf 0.1% genau messen kann, so reichen die neuen Rollen zur Messung von 1 Milliamp. mit derselben Genauigkeit aus. Da wir ferner nach den mitgeteilten Versuchen mit unserm Apparat 1.58 Amp. noch messen können, so kann man mit dem andern bis 0.1 Amp. gehen, die grade so viel (nämlich $\frac{0.1^2}{1.58^2} \times 250$ mal) Wärmemenge in den neuen Rollen entwickeln, wie 1.58 Amp. in unsern. Man würde also mit diesen beiden Rollensystemen, die sich an derselben Wage zusammen anbringen lassen, so dass man nach Bedürfniss das eine oder andere benutzen kann, Ströme von 0.001 bis zu einigen Ampère Stärke messen können mit einer Genauigkeit von $^1/_{1000}$.

Will man ferner eine schwerere Wage anwenden, so kann man durch Vergrösserung der beweglichen Rolle auch eine grössere Genauigkeit erzielen, ohne die Empfindlichkeit der Wage zu vermehren, wozu die bifilare Wickelung das Mittel an die Hand giebt.

Verdoppelt man nämlich den Radius der beweglichen Rolle ohne den Windungsquerschnitt und die Windungszahl zu ändern, so bekommt man bei doppeltem Gesammtgewicht eine viermal so grosse Kraftwirkung für Ströme gleicher Intensität und der Einfluss der Fehler in der Bestimmung des Querschnitts wird auf etwa die Hälfte verringert.

Das Verhältniss der Halbmesser aber lässt sich mit derselben Genauigkeit ermitteln, man muss nur die beiden Drähte der festen Rollen neben einander geschaltet mit denen der beweglichen hintereinander vergleichen. Dann bleibt das Verhältniss der Galvanometerkonstanten

$$\frac{2a\frac{N}{2}}{An} = 1.$$

Bei dieser Konstruktion würde allerdings die Entfernung der festen Rollen zu klein werden; indessen lassen sich die Verhältnisse leicht so wählen, dass man eine Genauigkeit von einigen Zehntausendstel erreichen kann.

§ 14. Vergleich der beiden Messmethoden.

Es erübrigt noch die beiden hier angewandten Methoden zur absoluten Strommessung mit der Stromwage und mit der Tangentenbussole in Bezug auf die Vorzüge der einen und der andern zu betrachten.

Ein Hauptvorzug der Tangentenbussole liegt in ihrer schnellen und sicheren Einstellung, die, wenn der Apparat einmal aufgestellt ist, nicht nur eine wenig zeitraubende Strommessung gestattet, sondern auch die Stromschwankungen fast augenblicklich zu verfolgen erlaubt, während bei der Wage das Ausprobieren des mit der Stromstärke schnell wechselnden Gewichts allein schon viel Zeit in Anspruch nimmt und desswegen wird die Stromwage wohl nie die Tangentenbussole völlig verdrängen. Ferner hat die Tangentenbussole einen viel grösseren Spielraum in Bezug auf die Stärke der mit ihr messbaren Ströme; man würde schon zwei Rollensysteme in dem oben erwähnten Verhältniss nötig haben, um die Grenzen der Strommessung einer Bussole zu erreichen. Dagegen ist für ganz schwache Ströme, für welche die Stromwage in der zweiten angegebenen Form noch ausreicht, die einfache Tangentenbussole nicht mehr anwendbar. Auch unter sehr vorteilhaften Verhältnissen, bei sehr grossem Skalenabstand, der ein stark vergrösserndes Fernrohr, einen guten Spiegel und günstige Raumverhältnisse voraussetzt, wird man mit der Bussole von einfachem Stromkreis Ströme unter 10 Milliamp. kaum mehr auf 0.1% genau messen können. Bei Bussolen mit mehr Windungen unterliegt aber die Bestimmung des Reduktionsfaktors wieder grösseren Schwierigkeiten.

In Bezug auf andere Umstände wird man bald der Bussole, bald der Wage den Vorzug geben; bald wird sich die eine, bald die andere besser aufstellen lassen, bald wird die eine, bald die andere weniger störend für andere Apparate in der Umgebung sein, oder weniger durch sie beeinflusst werden. Im Ganzen ist die Tangentenbussole leichter transportabel, während die Wage weniger Raum in Anspruch nimmt, als die Bussole mit ihrem Fernrohr.

Während sich die Bussole durch Einfachheit ihrer Herstellung und Handhabung empfiehlt, ist der grösste Vorzug der Wage jedenfalls der, dass sie von Ort und Zeit unabhängig ist, und dass auch Temperaturunterschiede kaum einen Einfluss auf ihren Reduktionsfaktor haben. Daraus folgt denn auch eine grosse Einfachheit der Berechnung ihrer Messungen, die frei von allen Korrekturen ist, während bei der Tangentenbussole die Temperatur zu berücksichtigen ist, Skalenabstände und Skalenausschläge zu reduzieren, sowie Lokaleinfluss des Dämpfers und magnetische Variationen in Rechnung zu setzen sind.

Die Stromwage wird daher auch überall da vorzuziehen sein, wo die erdmagnetischen Bestimmungen örtlicher Verhältnisse halber auf Schwierigkeiten stossen.

Für Anregung und dauernde Unterstützung der vorliegenden Arbeit bin ich Herrn Prof. *F. Kohlrausch* zu grossem Danke verpflichtet.

Würzburg, physikalisches Institut, Juni 1886.